Apellidos y nombre..

PENDIENTES 2017_2018. CÓNICAS. FUNCIONES ELEMENTALES. LÍMITES Y CONTINUIDAD. DERIVACIÓN. ABRIL 2018

1. Responder a los siguientes apartados:
   a. Halla la ecuación de la circunferencia de centro (1, 0) y radio 2:
   b. Calcula la distancia del centro de la circunferencia a la recta de ecuación: $2x - y = 0$.
   c. Hallar la ecuación de la perpendicular a esta recta que pasa por el centro de la circunferencia.
   d. Hallar los puntos de corte de la recta anterior 2x – y = 0 y la circunferencia.

a) $(x-1)^2+y^2=2^2$; $x^2-2x+1+y^2=4$;

$x^2+y^2-2x-3=0$

b) $d(0,r)=\dfrac{|2.1-0|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\dfrac{2}{\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

c) $\vec{n}(1,2)$

$1.x+2.y+C=0$; $1.1+2.0+C=0$

$C=-1$

$x+2y-1=0$

d) $\left.\begin{array}{l} x^2+y^2-2x-3=0 \\ 2x-y=0 \end{array}\right\}$ $y=2x$; $x^2+(2x)^2-2x-3=0$

$x^2+4x^2-2x-3=0$; $5x^2-2x-3=0$

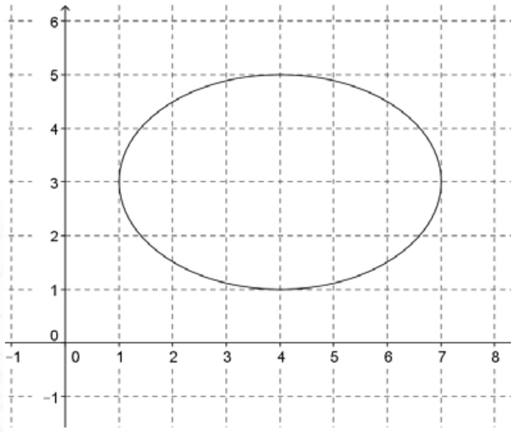
$x=\dfrac{2\pm\sqrt{(-2)^2-4.5.(-3)}}{2.5}=\dfrac{2\pm\sqrt{4+60}}{10}=\dfrac{2\pm\sqrt{64}}{10}=\dfrac{2\pm 8}{10}=$

$=\begin{cases} \frac{10}{10}=1 \;;\; y=2.1=2;\; (1,2) \\ \frac{-6}{10}=\frac{-3}{5};\; y=2\left(-\frac{3}{5}\right)=\frac{-6}{5};\; \left(-\frac{3}{5},-\frac{6}{5}\right) \end{cases}$

Apellidos y nombre ....

2. Da los *elementos* característicos de esta elipse: centro, vértices, semiejes, focos, excentricidad, constante de la elipse.

   Escribe su ecuación.



a) $O(4,3)$

$2a=6;\ a=3$

$2b=4;\ b=2$

$k=2a=6;\quad a^2=b^2+c^2$

$3^2=2^2+c^2;\quad 9=4+c^2;\quad 5=c^2;$

$c=\sqrt{5}$

$e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}\cong 0'75$

$F'(4-\sqrt{5};3)\ ;\ F(4+\sqrt{5};3)$

b) $\dfrac{(x-4)^2}{9}+\dfrac{(y-3)^2}{4}=1$

Apellidos y nombre ....

3. Dada la función: $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2}{2} & si \quad x \le 2 \\ 2x+1 & si \quad x > 2 \end{cases}$

a. Estudia su continuidad de forma razonada.

b. Represéntala gráficamente hallando los valores significativos de la misma.

a) En $x=2$

$$\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^-} \frac{x^2}{2} = \frac{2^2}{2} = 2$$

$$\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^+} 2x+1 = 5$$

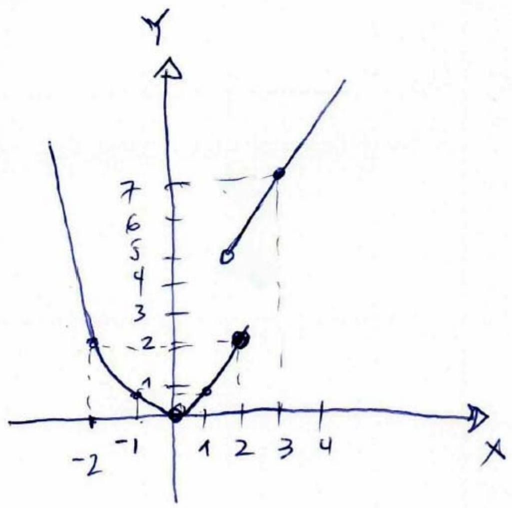
$$\lim_{x\to 2^-} f(x) \neq \lim_{x\to 2^+} f(x)$$

Es continua en $\mathbb{R}-\{2\}$

b) $y=\dfrac{x^2}{2}$

vértice: $x=\dfrac{-b}{2a}=\dfrac{-0}{2\cdot\frac{1}{2}}=0$

x	y	
0	0	$\frac{0^2}{2}=0$
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1^2}{2}=\frac{1}{2}$
2	2	$\frac{2^2}{2}=2$
-1	$\frac{1}{2}$	$\frac{(-1)^2}{2}=\frac{1}{2}$
-2	2	$\frac{(-2)^2}{2}=2$
3	7	$2.3+1=7$
4	9	$2.4+1=9$



Apellidos y nombre ....

4. Calcula para la función siguiente: $y = \dfrac{4x}{x^2+4}$

a. Sus asíntotas, cortes con los ejes y dominio.
b. Sus máximos y mínimos.
c. Según tus cálculos anteriores represéntala.

a. $\lim_{x \to \infty} \dfrac{4x}{x^2+4} = \dfrac{\infty}{\infty}$ IND ; $\lim_{x \to \infty} \dfrac{4x}{x^2} = \lim_{x \to \infty} \dfrac{4}{x} = 0$

A. H. $\boxed{y = 0}$

$x^2 + 4 = 0$ imposible. No verticales.

$x = 0$; $y = \dfrac{4 \cdot 0}{0^2+4} = 0$; $\boxed{(0,0)}$

$y = 0$; $0 = \dfrac{4x}{x^2+4}$; $4x = 0$; $x = 0$. El mismo.

$\boxed{D = \mathbb{R}}$. $x^2 + 4$ no se anula

b) $y' = \dfrac{4 \cdot (x^2+4) - 4x \cdot 2x}{(x^2+4)^2} = \dfrac{4x^2 + 16 - 8x^2}{(x^2+4)^2} =$

$= \dfrac{-4x^2+16}{(x^2+4)^2} = 0$; $-4x^2 + 16 = 0$; $x^2 = 4$; $x = \pm 2$

$$\begin{array}{ccccc} \searrow & & \nearrow & & \searrow \\ - & -2 & + & 2 & - \end{array}$$

$x = -3$; $y'(-3) = \dfrac{-4(-3)^2+16}{((-3)^2+4)^2} = \dfrac{-36+16}{13^2} < 0$

$x = 0$; $y'(0) = \dfrac{-4 \cdot 0^2 + 16}{(0^2+4)^2} = \dfrac{16}{16} > 0$

$x = 3$; $y'(3) = \dfrac{-4 \cdot 3^2 + 16}{(3^2+4)^2} = \dfrac{-36+16}{13^2} < 0$

Mínimos rel.: $x = -2$

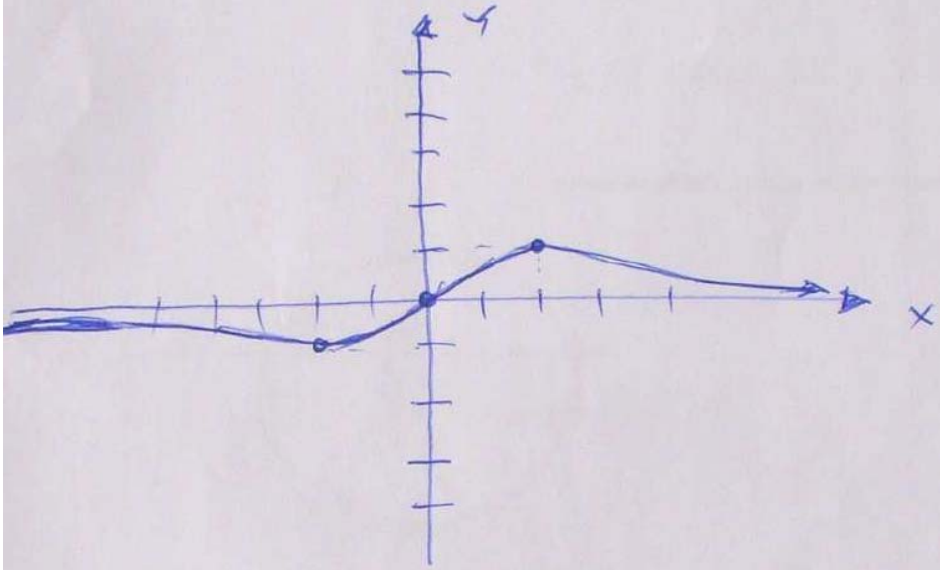
Máximo rel.: $x = 2$

Apellidos y nombre ....

x	y
0	0
-2	-1
2	1

$$y=\frac{4.(-2)}{(-2)^2+4}=\frac{-8}{8}=-1$$

$$y=\frac{4.2}{2^2+4}=\frac{8}{8}=1$$



Apellidos y nombre ....

5. Halla la función derivada de cada una de las siguientes funciones:

$a) y = \operatorname{sen} x \cdot \cos 2x; \quad b) y = e^{x-2}; \quad c) y = \dfrac{x^2-1}{1-x}; \quad d) y = \ln^2 x$

a) $y' = \cos x \cdot \cos 2x + \operatorname{sen} x \cdot 2 \cdot (-\operatorname{sen} 2x) = \cos x \cos 2x - 2 \operatorname{sen} x \operatorname{sen} 2x$

b) $y' = e^{x-2}$

c) $y' = \dfrac{2x(1-x) - (x^2-1)(-1)}{(1-x)^2} = \dfrac{2x - 2x^2 + x^2 - 1}{(1-x)^2} = \dfrac{-x^2+2x-1}{(1-x)^2}$

d) $y' = 2 \ln x \cdot \dfrac{1}{x} = \dfrac{2 \ln x}{x}$